روش‌های تدریس ریاضی:

روش تدریس پیش‌سازمان‌دهنده

حمیدرضا کاشفی
استادیار دانشگاه فرهنگیان اصفهان

امروزه از روش‌های تدریس متفاوتی با توجه به موضوع، مخاطب، امکانات و هدف‌های آموزشی در تدریس درس‌های ریاضی در مدارس استفاده می‌شود. بنا داریم در هر شمارهٔ نشریه، به‌طور ساده و مختصر یک روش تدریس ریاضی را معرفی کنیم و براساس آن یک نمونه تدریس برای یکی از مفاهیم ریاضی ارائه دهیم. در این شماره، روش تدریس پیش‌سازمان‌دهنده را شرح می‌دهیم و یک نمونه تدریس برای مفهوم «مشتق» بر اساس این روش پیشنهاد می‌کنیم.

پیوند و ارتباطات ریاضی[1] به‌عنوان یکی از استانداردهای فرایندی آموزش ریاضیات مدرسه‌ای با ایجاد ارتباط بین مفاهیم و ایده‌های جدید ریاضی با ایده‌ها و دانش قبلی دانش‌آموزان به آن‌ها کمک می‌کند تا ریاضیات را به‌جای گردایه‌ای از مفاهیم، رویه‌ها و فرایندهای پیچیده و جداگانه، به‌عنوان مجموعه‌ای مرتبط و منسجم از دانش ببینند (انجمن معلمان ریاضی[2]، ۲۰۰۰). استفاده از پیوند و ارتباطات ریاضی به دانش‌آموزان کمک می‌کند که دانش جدید آن‌ها بر پایه دانش قدیم و به طرح‌واره‌های قبلی متصل شود و در نتیجه یادگیری برای آن‌ها آسان‌تر، عمیق‌تر و ماندگارتر شود. از این رو معلمان ریاضی علاوه‌بر اطلاع و آگاهی از ارتباطات بین مفاهیم و موضوعات ریاضی باید بدانند که چگونه به کمک برقراری این پیوندها و ارتباطات، دانش‌آموزان به درک بهتری از مفاهیم منسجم و یکپارچهٔ ریاضی برسند (سند برنامه درسی ریاضی، ۱۳۹۵، ص ۱۵۳). این دیدگاه می‌تواند اساس روش تدریس پیش‌سازمان‌دهنده[3] باشد که با استفاده از پیوند و ارتباطات، دانش جدید و دانش قبلی دانش‌آموز را به هم متصل می‌کند.

بنا به نظر **آزوبل**[4] (۱۹۶۸)، پیش‌سازمان‌دهنده موضوع یا مفهومی است که مبحث جدید تدریس را به مطالب و مباحثی که دانش‌آموز می‌داند، مربوط می‌سازد و باعث ماندگاری بیشتر مطالب جدید در حافظه می‌شود. پیش‌سازمان‌دهنده می‌تواند به‌عنوان مطلب کوتاهی در قالب راهنمایی‌های سازمان‌یافته و ابزاری برای اتصال ناشناخته‌ها در ابتدای درس به دانش‌آموزان ارائه شود و آن‌ها را قادر سازد ایده‌ها و یا اطلاعات جدید را بیاموزند. توجه داشته باشید مرور مطالب جلسات قبل، بیان مطالب آینده و حتی هدف‌های درس پیش‌سازمان‌دهنده نیستند. دو نوع پیش‌سازمان‌دهنده وجود دارد:

الف. پیش‌سازمان‌دهندهٔ توضیحی: این نوع پیش‌سازمان‌دهنده زمانی به کار می‌رود که دانش‌آموز دربارهٔ مفهوم یک درس هیچ‌گونه اطلاعی ندارد. پیش‌سازمان‌دهنده توضیحی می‌تواند تشریح، توضیح و یا مقدمه‌ای برای مطلب جدید باشد که هدف آن ارائهٔ یک مرور کلی به دانش‌آموزان، اتصال مفاهیم جدید به دانش قبلی و سازمان‌دهی آن‌هاست. برای مثال، قبل از بیان حالت‌های ابهام در محاسبهٔ حد و یا حالت‌های ناپیوستگی یک تابع، در مورد دلایل ابهام و یا ناپیوستگی بحث کنید. پیش‌سازمان‌دهنده، توضیحی در صورت ارائه درست و مناسب می‌تواند برای درک بهتر بسیاری از مفاهیم ریاضی مانند دنباله‌های عددی، اکسترمم‌های نسبی و مطلق و همچنین مشتق استفاده شود.

ب. پیش‌سازمان‌دهندهٔ مقایسه‌ای: از پیش‌سازمان‌دهندهٔ مقایسه‌ای موقعی استفاده می‌شود که

دانش‌آموز با مطالب به نسبت آشناست. پیش‌سازمان‌دهندهٔ مقایسه‌ای، با استفاده از مقایسهٔ مفاهیم قدیم و جدید و آشکار کردن تمایز بین آن‌ها، به کاوش و درک بهتر مفاهیم جدید کمک می‌کند. مثلاً دانش‌آموزان برای یادگیری عمل تفریق می‌توانند از مقایسهٔ آن با عمل جمع استفاده کنند. یا دانش‌آموزان روابط بین اجزا، محیط و مساحت یک شکل هندسی مانند مربع را با استفاده از نقاط اشتراک و تضاد با یک شکل هندسی دیگر مانند مستطیل بیان کنند. در حقیقت از خواص و روابط یک شکل هندسی مانند مستطیل برای آموزش شکل هندسی دیگر مانند مربع استفاده کنند. در ریاضیات متوسطه، دانش‌آموزان می‌توانند مفهوم دنباله هندسی را با مقایسه شباهت‌ها و تفاوت‌های آن با دنبالهٔ حسابی که قبلاً آموخته‌اند، بهتر درک کنند.

روش تدریس پیش‌سازمان‌دهنده بر سه نکته تأکید دارد: ۱. چگونگی سازمان‌دهی دانش؛ ۲. نحوهٔ کار ذهن برای پردازش اطلاعات جدید؛ ۳. چگونگی ارائهٔ این ایده‌ها در برنامهٔ درسی و یادگیری توسط معلم، هنگام تدریس مطالب جدید به دانش‌آموزان [کاپری، ۲۰۱۷]. براساس نظر **بروس** و **مارسا** (۱۹۹۰) و **صدیقی** و **خان** (۱۹۹۱) فرایند اجرای روش تدریس پیش‌سازمان‌دهنده شامل سه مرحله به شرح ذیل است:

۱. ارائهٔ پیش‌سازمان‌دهنده: در این مرحله، شفاف‌سازی هدف‌های درس یکی از راه‌های جلب توجه دانش‌آموزان و جهت‌گیری آن‌ها به سوی هدف‌های یادگیری است که برای تسهیل یادگیری ضروری هستند. پس از مقدمه و هدف‌ها، پیش‌سازمان‌دهنده عرضه می‌شود. در ارائهٔ سازمان‌دهنده، آگاهی از دانش و تجربهٔ قبلی دانش‌آموز و ایجاد پل ارتباطی بین آن‌ها و مطلب جدید به منظور زمینه‌سازی درک و دریافت بهتر اطلاعات جدید توسط دانش‌آموزان بسیار اهمیت دارد. در این مرحله توجه به نکات زیر سودمند است:

- بیان واضح هدف درسی
- ارائه سازمان‌دهنده
- مشخص کردن ویژگی‌های
- ارائهٔ مثال یا تصویر در صورت لزوم
- فراهم کردن زمینه برای بیان مطلب جدید
- تکرار مطالب
- آگاهی سریع از دانش و تجربهٔ مرتبط با موضوع دانش‌آموز
- ارتباط سازمان‌دهنده به دانش فراگیران
- ارتقاء آگاهی از دانش مربوطه

۲. ارائهٔ مطالب و مفاهیم درس جدید: در این مرحله، به دنبال ارائهٔ پیش‌سازمان‌دهنده، مطالب جدید به‌طور منطقی و جذاب تدوین و با توجه به شرایط کلاس به شکل سخنرانی، بحث، فیلم و یا آزمایش ارائه می‌شود. به علاوه، می‌کوشیم توجه و انگیزهٔ دانش‌آموزان را حفظ کنیم و سازمان‌دهی منطقی مطالب درسی را برای دانش‌آموزان صریح و واضح جلوه دهیم تا آن‌ها بتوانند مطالب ارائه شده را پیگیری کنند. لذا در این مرحله باید موارد ذیل مورد توجه قرار بگیرد؛

- سازمان‌دهی واضح و منطقی مطالب جدید یادگیری
- پیوند مطالب به سازمان‌دهنده
- ارائهٔ مطالب و درگیر کردن دانش‌آموزان در فعالیت‌های یادگیری

۳. تقویت پیش‌سازمان‌دهنده: در این مرحله، با فعال کردن دانش‌آموز و تعاملی کردن کلاس تلاش می‌کنیم مفاهیم جدید در ذهن دانش‌آموزان تثبیت شود. کسب موفقیت برای یادگیری یک مطلب به تمایل دانش‌آموزان برای ادغام آن با دانش قبلی و همچنین ارائهٔ مناسب مطالب و سازمان‌دهی آن‌ها توسط معلمان بستگی دارد. برای این منظور، در این مرحله باید موارد ذیل را در نظر داشت:

- ارتباط اطلاعات جدید به پیش‌سازمان‌دهنده
- بحث کلاسی با رویکرد انتقادی دربارهٔ موضوع
- اعمال ایده‌ها به‌طور شفاف و فعال (مانند آزمایش آن‌ها).

تدریس مشتق بر اساس روش تدریس پیش‌سازمان‌دهنده

در ادامه روش پیشنهادی برای تدریس مفهوم «مشتق» براساس مراحل روش تدریس پیش‌سازمان‌دهنده ارائه می‌شود.

۱. ارائهٔ پیش‌سازمان‌دهنده

- یادآوری

در ابتدای تدریس، به‌منظور یادآوری اطلاعات موردنیاز، حالت‌های نوشتن یک معادلهٔ خط بیان می‌کنیم:

الف) اگر شیب m و عرض از مبدأ h را داشته باشیم، معادلهٔ خط برابر است با: $y=mx+h$

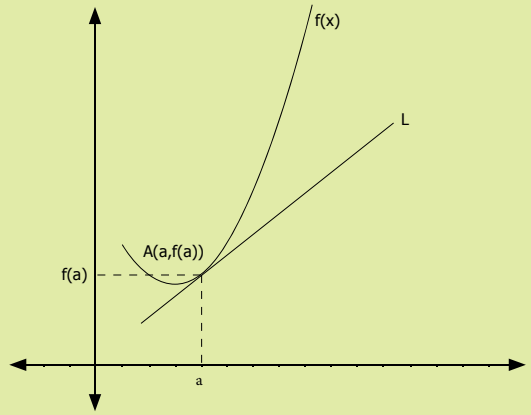
ب) اگر شیب m و نقطهٔ $A(x_1,y_1)$ را داشته باشیم، معادلهٔ خط برابر است با: $y-y_1=m(x-x_1)$

پ) اگر دو نقطه $A(x_1,y_1)$ و $B(x_2,y_2)$ را داشته باشیم، معادله خط برابر است با: $y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$ که $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ شیب خط گذرا از دو نقطه است.

- هدف

هدف نوشتن معادله خط مماس بر نمودار تابع $f(x)$ در نقطهٔ به طول a است. لذا در راستای رسیدن به این هدف سؤال ذیل از دانش‌آموزان پرسیده می‌شود:

معادله خط مماس بر نمودار $f(x)$ در نقطه به طول $x=2$ را به‌دست آورید (نمودار ۱)



نمودار ۱. معادلهٔ خط مماس بر نمودار تابع f(x) در نقطه به طول a

بیان پیش‌سازمان‌دهنده

برای راهنمایی بیشتر دانش‌آموزان و درک بهتر مسئله، از دانش‌آموزان می‌پرسیم: این مسئله چه چیزی را می‌خواهد؟

پاسخ احتمالی بیشتر آن‌ها معادلهٔ خط است (در غیر این صورت توسط معلم راهنمایی می‌شوند که به این پاسخ برسند).

مجدداً از دانش‌آموزان می‌پرسیم: در این مسئله برای نوشتن معادلهٔ خط چه اطلاعاتی داده شده است؟

پاسخ دانش‌آموزان (در صورت نیاز با راهنمایی معلم) چنین خواهد بود: فقط یک نقطه A(a,f(a)) که با قرار دادن x=a در تابع f(x) به دست آمده است.

و سؤال دیگر اینکه: با اطلاعاتی که مسئله داده است، بر اساس کدام حالت روش‌های نوشتن معادلهٔ خط در یادآوری ابتدای تدریس، می‌توان معادلهٔ خط را نوشت؟

پس از بحث با دانش‌آموزان به این نتیجه باید رسید که چون شیب و عرض از مبدأ را نداریم، از حالت (الف) نمی‌توان استفاده کرد. با توجه به اینکه فقط یک نقطه A(a,f(a)) را داریم، به نظر می‌رسد حالت (ب) مناسب‌تر است:

$$y-f(a)=m_L(x-a) \qquad (*)$$

اما در این حالت نیز، m_L یعنی شیب خط گذرا از نقطهٔ A(a,f(a)) را نداریم!

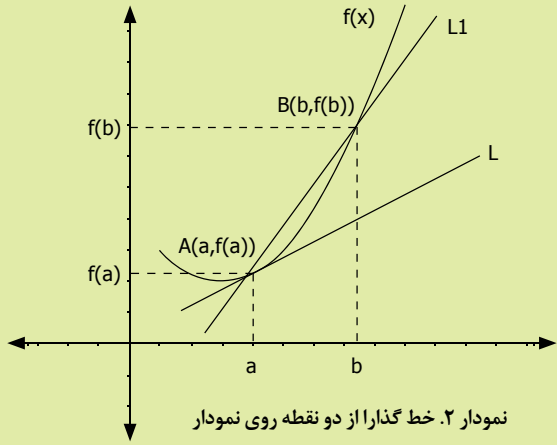
لذا مسئله از پیدا کردن معادله خط گذرا از نمودار تابع f(x) در نقطهٔ A(a,f(a)) روی منحنی به پیدا کردن شیب خط گذرا از نمودار تابع f(x) در نقطهٔ A(a,f(a)) روی منحنی تغییر می‌کند. به همین دلیل پس از این، روی پیدا کردن شیب خط مماس تمرکز می‌کنیم، چرا که با به دست آوردن شیب m_L و جای‌گذاری آن در فرمول (*)، معادلهٔ خط مماس به دست می‌آید.

۲. ارائهٔ مطالب و مفاهیم درس جدید

- سازمان‌دهی مطالب و پیوند آن‌ها به پیش‌سازمان‌دهنده در اینجا برای به‌دست آوردن شیب خط، طبق حالت (پ) یادآوری، به دو نقطه نیاز داریم. اما در این مسئله فقط یک نقطه داریم! لذا به نظر می‌رسد به دست آوردن m_L از فرمول $m_L=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ ذکر شده در حالت (پ) ممکن نیست.

پیشنهاد کنید که با در نظر گرفتن خطی مانند L_1 که از نقطهٔ A(a,f(a)) گذشته و منحنی را در نقطهٔ دیگری مانند B(b,f(b)) قطع کرده است و رفتاری شبیه خط L دارد (نمودار ۲)، طبق فرمول شیب خط گذرا از دو نقطهٔ ذکر شده در حالت (پ) یادآوری، شیب آن را به‌صورت زیر محاسبه کنند:

$$m_{L_1}=\frac{f(b)-f(a)}{b-a} \qquad (1)$$



نمودار ۲. خط گذارا از دو نقطه روی نمودار

شیب به‌دست‌آمده شیب خطی نزدیک به خط L است و لذا می‌توان آن را تقریبی برای شیب خط L به‌حساب آورد. از این‌رو با محاسبهٔ آن و جای‌گذاری آن در فرمول (*)، معادلهٔ تقریبی خط مماس بر منحنی تابع f در نقطهٔ A(a,f(a)) به دست می‌آید.

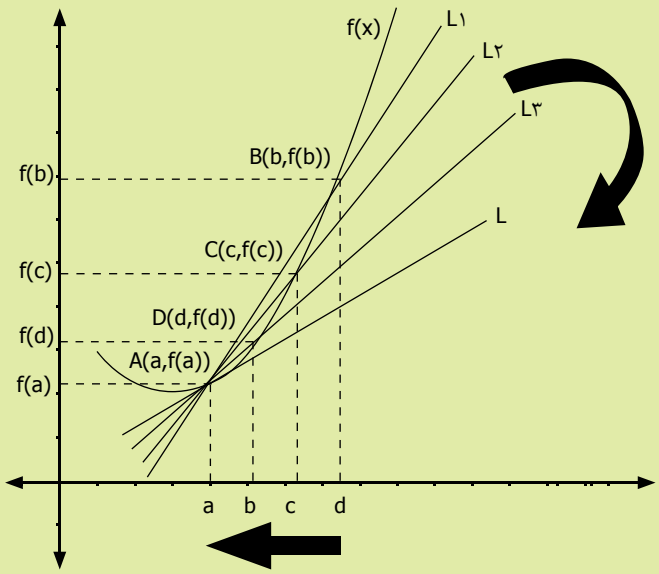
توضیح دهید چون شیب به‌دست‌آمده تقریبی است، لذا می‌توان با به‌دست آوردن شیب خطی مانند L_2 که به L نسبت به L_1 نزدیک‌تر است و از نقاط A(a,f(a)) و C(c,f(c)) می‌گذرد، تقریب بهتری برای شیب خط L به دست آورد. لازم به تذکر است که نقطهٔ C(c,f(c)) از نزدیک‌تر در نظر گرفتن c به a نسبت به b روی محور xها به دست می‌آید (نمودار ۳). شیب خط گذرا از دو نقطهٔ ذکر شده طبق فرمول ذکر شده در حالت (پ) یادآوری به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$m_{L_2}=\frac{f(c)-f(a)}{c-a} \qquad (2)$$

به همین ترتیب با به‌دست آوردن شیب خطی مانند L_3 که به L نسبت به L_2 نزدیک‌تر است و از نقاط A(a,f(a)) و

D(d,f(d)) می‌گذرد، می‌توان تقریب بهتری برای شـــیب خط L به‌دســـت آورد. لازم به تذکر اســـت که نقطهٔ D(d,f(d)) از نزدیک‌تـــر در نظر گرفتن d به a نســـبت به c روی محور xها به‌دســـت می‌آید (نمودار۳). شیب خط گذرا از دو نقطهٔ مزبور طبق حالت (پ) یادآوری به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$m_{L_2} = \frac{f(c)-f(a)}{c-a} \qquad (۳)$$



نمودار ۳. حد شیب خطوط

با توجه به نمودار ۳ و شیب‌های به‌دست‌آمده از فرمول‌های (۱)، (۲) و (۳) متوجه می‌شویم با نزدیک‌تر شدن b، c و d به سمت a، خط‌های L_1، L_2 و L_3 به خط L نزدیک‌تر می‌شوند و مقدار تقریبی شیب این خط‌ها به شیب خط L نزدیک می‌شود. لذا با درنظر گرفتن متغیر x که به ســـمت a میل می‌کند، این خطوط به خط L نزدیک و نزدیک‌تر می‌شوند و حد شیب این خطوط برابر شیب خط L می‌شود و در نتیجه داریم:

$$m_L = \lim_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

با به‌دست آمدن شـــیب خط مماس و جای‌گذاری آن در فرمول (*)، معادلهٔ خط مماس بر منحنی تابع f در نقطه‌ای به طول x=a به‌دست می‌آید.

شـــیب خط مماس بر منحنی تابع f در نقطه‌ای به طول x=a را مشتق تابع f می‌نامند و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f'(a) = \lim_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} \qquad (۴)$$

۳. تقویت پیش‌سازمان‌دهنده

به منظور روشن کردن مفهوم و برای دانش‌آموزان و ارتباط اطلاعات جدید با پیش‌سازمان‌دهنده، در فعالیت‌های یادگیری سؤال زیر از دانش‌آموزان پرسیده می‌شود:

ـ معادلـــهٔ خط مماس بر منحنی تابع $f(x)=x^2$ را در نقطهٔ x=۳ را به‌دست آورید.

- تعاملی کردن کلاس و درگیر کردن دانش‌آموزان جهت تثبیت و تقویت مطالب

همچنیـــن در قالب یـــک تکلیف گروهـــی در کلاس از دانش‌آموزان دلیل معادل بودن فرمول زیر را با فرمول تعریف مشتق (فرمول ۴) پرسیده می‌شود:

$$f'(a) = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

پی‌نوشت‌ها

1. Mathematical Connections
2. National Council of Teachers of Mathematics
3. Advance Organizer
4. Ausubel

منابع

۱. برنامه درسی ریاضی (تحلیل خط‌مشی‌ها، اسناد مصوب پژوهش‌ها و منابع معتبـــر مرتبط با حوزهٔ واحد تحقیق، توســـعه و آموزش ریاضی). (۱۳۹۵- ۱۳۹۴). ســـازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. وزارت آموزش‌وپرورش.

2. Ausubel, D.P (1968). Educational psychology: A cognitive view. NewYork: Holt, Rinehart, & Winston.

3. Bruce, J., and Marshah, W. (1990). Models of Teaching (3rd Edition), NewDelhi: Prentice-Hall of India Ltd.

4. Kapri, U.C.(2017). Effectiveness of Advance Organizer Model over Conventional Methods of Teaching of Science at Secondary Level, International Journal of Research Granthaalayah, 5(7), 193-198.

5. Siddiqui, M.H.,and Khan, M.S. (1991). Models of Teaching: Theory and Research, NewDelhi: Ashish Publishing House.

6. National Covncil of teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and standards for school mathematiocs. Reston, va:NCTM.